

# Der Hall-Effekt

## Bestimmung des Hall-Koeffizienten und der Dotierung mit Hilfe einer n- und einer p-dotierten Germanium-Hallsonde im Bruker-Magneten

Unter Zuhilfenahme eines starken Magnetfeldes, erzeugt durch den Bruker-Magneten, und einer Hallsonde zur Bestimmung von B, ermittelte unsere Projektgruppe den Hall-Koeffizienten und die Dotierung des p- und des n-dotierten Germanium-Halbleiters.

Unter Ausnutzen des Hall-Effekts, dass heißt Ablenkung der Elektronen durch die Lorenz-Kraft, ließen sich folgende Werte aus unserem Experiment bestimmen:

### Hall-Koeffizient

$$\text{p-dotiert: } (10,0 \pm 0,5) \cdot 10^3 \frac{\text{cm}^3}{\text{As}}$$

$$\text{n-dotiert: } (7,0 \pm 0,4) \cdot 10^3 \frac{\text{cm}^3}{\text{As}}$$

### Dotierung

$$\text{p-dotiert: } (6,2 \pm 0,3) \cdot 10^{14} \frac{1}{\text{cm}^3}$$

$$\text{n-dotiert: } (8,9 \pm 0,5) \cdot 10^{14} \frac{1}{\text{cm}^3}$$

## PG 268

**Tutorin:** Cornelia Sing

### **Teilnehmer:**

Daniel Guyot

Diana Bednarczyk

Fabian Fleischer

Heinrich Südmeyer

Inkje Döring

Ramin Torabi

René Könnecke

## **Inhaltsangabe**

<b>1. Einleitung</b>	<b>3</b>
<b>1.1 Bedeutung der Hallsonde für die Physik</b>	
<b>1.2 Anwendungen der Hallsonde</b>	
<b>1.3 Bedeutung der Hallsonde für unsere Projektgruppe</b>	
<b>2. Theorie</b>	<b>3</b>
<b>3. Aufbau</b>	<b>5</b>
<b>3.1 Geräteliste</b>	
<b>3.2 Versuchsaufbau und Durchführung</b>	
<b>4. Auswertung</b>	<b>7</b>
<b>4.1 Mess-Ergebnisse</b>	
<b>4.2 B-U<sub>H</sub>-Diagramme</b>	
<b>4.3 Fehlerabschätzung</b>	
<b>4.4 Mittelwerte &amp; mittlere Fehler</b>	
<b>4.5 Hall-Koeffizient</b>	
<b>4.6 Dotierung</b>	
<b>5. Resümee</b>	<b>12</b>
<b>6. Literaturverzeichnis</b>	<b>13</b>

## 1. Einleitung

### 1.1 Bedeutung der Hallsonde für die Physik

Der von Edwin Hall 1879 entdeckte und nach ihm benannte Effekt spielt in der Elektrotechnik, insbesondere in der Verwendung von Magnetfeldern, eine große Rolle. Die Hallsonde basiert auf dem Hall-Effekt. Mit ihr kann man starke als auch schwache Magnetfelder fast punktweise ausmessen. Da die Lorentzkraft, Ursache für den Hall-Effekt, senkrecht auf die Stromrichtung der Elektronen und senkrecht auf die Magnetfeldlinien wirkt, kann mit der Hallsonde nicht nur der Betrag, sondern auch die vektorielle Richtung des Magnetfeldes in den einzelnen Punkten bestimmt werden.

Zusätzlich ist es möglich, mit Hilfe des Hall-Effektes Informationen über Leitungsvorgänge zu erhalten, wie die Bestimmung der mittleren Geschwindigkeit der Elektronen.

### 1.2 Anwendungen der Hallsonde

In der Industrie werden die Hallsonden als Meßgeräte, berührungslose Abstandssensoren oder kontaktlose Schalter eingesetzt.

### 1.3 Bedeutung der Hallsonde für unsere Projektgruppe

In unserem letzten Experiment hat man gesehen, daß die Bestimmung der spezifischen Ladung eines Elektrons nicht leicht und nicht genau genug bestimmt werden konnte. Unter anderem lag dies an dem inhomogenen Magnetfeld innerhalb des Helmholtz-Spulenpaares. Ohne die Hallsonde hätten wir ein homogenes Magnetfeld vorausgesetzt, wobei wir dabei den Wahrheitsgehalt dieser Voraussetzung nicht überprüft hätten. Die Ursachen für unsere Meßungenauigkeit in unserem letzten Experiment konnten somit eingeschränkt werden.

## 2. Theorieteil

Wir betrachten das Verhalten der Elektronen auf ihrem Weg durch unseren Germanium-Halbleiter.

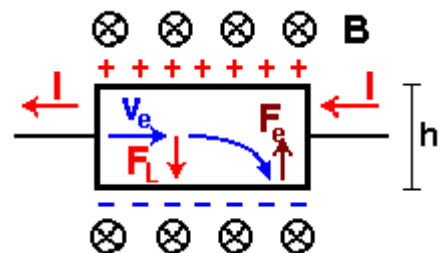
Beim Durchqueren des Halbleiters bewegen sich die Elektronen durch das senkrecht zu ihrem Geschwindigkeitsvektor  $\vec{v}_e$  stehende magnetische Feld  $\vec{B}$ .

Nach der *Lorenz-Regel* erfahren sie hierbei eine Kraft

$\vec{F}_L = -e \cdot \vec{v}_e \times \vec{B}$  senkrecht zu ihrer Bewegungsrichtung

und dem magnetischen Feld, mit denen diese ein Links-System bildet. Die Kraft wird als *Lorenzkraft* bezeichnet. Aus  $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$  ergibt sich somit eine Beschleunigung der Elektronen in Richtung von  $\vec{F}_L$ , die sich dadurch auf einer Seite des Halbleiters konzentrieren, während es auf der anderen Seite zu einem Elektronenmangel kommt.

Zwischen dem oberen und unteren Rand des Halbleiters entsteht so ein elektrisches Potential  $U_H$ . Laut  $\vec{U}_H = \vec{E}_H \cdot h$  führt dies zur Bildung eines elektrischen Feldes  $\vec{E}_H$ , wobei  $h$  der Durchmesser des Germanium-Halbleiters parallel zu  $\vec{F}_L$  ist. Das elektrische Feld wiederum ist Ursache für eine elektrische Kraft  $\vec{F}_e = e \cdot \vec{E}_H$ , die auf die ausgelenkten Elektronen wirkt. Sie wirkt entgegen des elektrischen Potentials und hat den gleichen Betrag wie  $\vec{F}_L$



Aus Gleichsetzung der elektrischen Kraft mit der Lorenz-Kraft erhält man

$$\vec{F}_L = -\vec{F}_e$$

$$\Leftrightarrow -e \cdot \vec{v}_e \times \vec{B} = -e \cdot \vec{E}_H$$

$$\Leftrightarrow \vec{v}_e \times \vec{B} = \vec{E}_H,$$

mit  $\vec{E}_H = \frac{U_H}{h}$  und  $\vec{v}_e \perp \vec{B}$  folgt

$$v_e \cdot B = \frac{U_H}{h}$$

$$\Leftrightarrow U_H = v_e \cdot B \cdot h.$$

Ferner ist

$$\vec{I} = -\vec{v}_e \cdot n \cdot e \cdot A$$

mit  $n =$  Anzahl der Elektronen und

$A =$  durchflossener Leiterquerschnitt  $= h \cdot d$ ,

wobei  $d$  die Dicke des Leiters, also hier des Germanium-Plättchens ist.

$$\Rightarrow v_e = -\frac{I}{n \cdot e \cdot h \cdot d}$$

und somit

$$\begin{aligned} U_H &= -\frac{I}{n \cdot e \cdot h \cdot d} \cdot B \cdot h \\ &= -\frac{I \cdot B}{n \cdot e \cdot d} \end{aligned}$$

Setzt man nun den Hall-Koeffizienten  $A_H = -\frac{1}{n \cdot e} \Leftrightarrow n = -\frac{1}{A_H \cdot e}$  ein, so erhält man schließlich

$$\begin{aligned} U_H &= A_H \cdot \frac{I \cdot B}{d} \\ \Leftrightarrow A_H &= \frac{U_H \cdot d}{I \cdot B}. \end{aligned}$$

Ermittlung der Dotierung :

$$\text{Dotierung} = \frac{\text{Zahl der Ladungsträger}}{\text{Volumen}} = n_e = -\frac{1}{A_H \cdot e} \text{ mit } [n_e] = \frac{1}{m^3},$$

wobei laut Literatur

$$e = -1,602 \cdot 10^{-19} \text{ As}.$$

### 3. Aufbau

#### 3.1 Geräteliste

Gerät	PL-Inventarnummer
1. Bruker-Magnet	
2. Halbleiter-Platine (Ge p-dotiert)	PL 841 a
3. Halbleiter-Platine (Ge n-dotiert)	PL 841 a
4. 2 Multimeter (digital)	PL 034 b
5. Spannungs-Meßgerät	
6. Spannungs-Meßgerät	
7. Stromstärke-Meßgerät	
8. Netzgerät	PL 015 b
9. Netzgerät	PL 016 b
10. Widerstand (1 KOhm)	
10. Hallsonde	PL 221 b

#### 3.2 Versuchsaufbau und Durchführung

Bevor das Experimentieren begann, teilte sich unsere Gruppe in zwei. Die eine Gruppe befaßte sich mit dem Aufbau der Schaltung für den n- bzw. p-dotierte Halbleiter, die andere Gruppe fand die Benutzung des Bruker-Magneten heraus. Die Gruppe, die für den Aufbau der Schaltung verantwortlich war, bekam anfänglich Probleme mit den Meßgeräten, doch das legte sich nach kurzer Zeit. Probleme entstanden durch den erstmaligen Umgang mit den benutzten Meßgeräten, z.B. bekam das solarbetriebene Meßgerät zu wenig Licht.

Sobald wir die Schaltung ausprobierten, merkten wir, daß das Netzgerät überlastet war. Nicht allzubald fanden wir die Lösung, ein Widerstand muß zwischen geschaltet werden. Da wir die Stromstärke nur einmal messen mußten, haben wir das Meßgerät erst am Ende unseres Experimentes dazwischen geschaltet. Ansonsten wurde von Anfang an die Schaltung so aufgebaut, wie sie weiter unten zu erkennen ist. Als nun die Schaltung stand, wurde diese gleich verarbeitet und in den Magneten mit eingebunden.

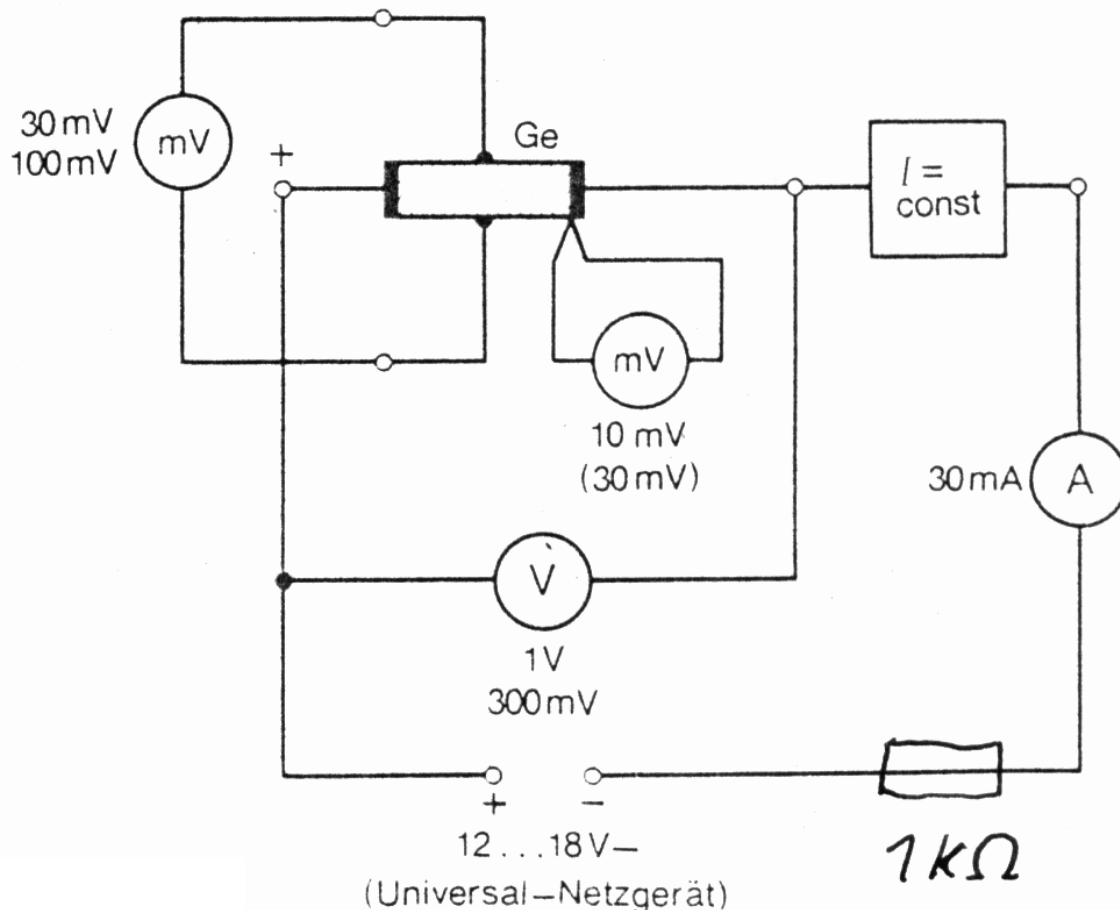
Nach fachgerechter Handhabung des Tricker-Magneten, das heißt nicht nur die Beachtung der Kühlung des Magneten, sondern auch das Entfernen sämtlicher Karten mit Magnetstreifen, Chipkarten, Handys, Datenbanken, usw. wurde dieser in dem Raum 232 aufgestellt. Die Meßgeräte befanden sich alle auf dem Tisch unterhalb der Steckdosen.

Der dotierte Germanium-Halbleiter wurde so befestigt, daß er senkrecht zu den Polschuhen und damit senkrecht zu den Magnetfeldlinien stand. Erst als der Aufbau fertig war, merkten wir, daß die zweite Hallsonde nicht dicht genug an der n-dotierten Hallsonde war. Die zweite Hallsonde war nämlich zuerst nur in das Polysterol hineingesteckt worden. Beim zweiten Aufbau behoben wir das Problem. Wir befestigten die Hallsonde mit Klebestreifen auf dem Polysterol, so daß die zweite Hallsonde genau zwischen dem dotierten Halbleiter und dem Polysterol lag. Damit war es uns möglich, annähernd die gleiche magnetische Feldstärke zu bestimmen, die auf den dotierten Halbleiter wirkte. Bei diesem Aufbau gab es jedoch Probleme mit den Verbindungskabeln, die von dem dotierten Halbleiter wegführten. Aufgrund besonderer Fingerfertigkeiten einiger Mitglieder in unserem Team war es uns ohne weiteren Zeitverlust möglich, das Problem zu lösen und mit dem Experiment fortzufahren.

Für die Messung der Stromstärke und der Hallspannung verwendeten wir die geeigneten Meßgeräte. Die magnetische Feldstärke wurde anhand der Hallsonde bestimmt. Die Dicke des Blättchens der n-dotierten Halbleiters wurde mit Hilfe eines Lineals den Daten zugefügt.

Nachdem der Aufbau vollzogen wurde, stand einer guten Meßreihe nichts mehr im Weg. In Abhängigkeit von der magnetischen Feldstärke  $B$  nahmen wir Meßwerte für die Hallspannung  $U_H$ .

Des weiteren wurden die restlichen Apparaturen wie folgt angeschlossen, erkennbar in der Skizze.



Zusätzlich wurde auch versucht den Hall-Koeffizienten in Abhängigkeit von der Temperatur zu messen. Da der dotierte Halbleiter samt Kabel, inklusive der Kabel, die für die Erwärmung des Halbleiters gedacht waren, nicht zwischen den Polschuhen hineinpaßte, wurde die Meßaufnahme für die Hallspannung in Abhängigkeit von der Temperatur ersatzlos gestrichen.

Um trotzdem solch eine Meßreihe aufnehmen zu können, versuchte ein Teil unserer Gruppe ein homogenes Magnetfeld selber aufzubauen. Hierbei verwendeten wir zwei Spulen mit einem Durchmesser von rund  $13,5\text{ cm}$ . Wir schafften es auch, trotz der vielen Kabel des dotierten Halbleiters, die Spulen auf eine Entfernung von etwa  $6,75\text{ cm}$  heranzubringen. Nach einer Messung innerhalb des Spulenpaares erhielten wir die gleichen Meßwerte wie außerhalb des Spulenpaares. Somit ist dieser Versuchsaufbau auch mißlungen. Das Magnetfeld innerhalb des beinahe Helmholtz-Spulenpaares war einfach zu schwach. Das war der entgültige Schlußstrich unter der Idee von der Messung der Hallspannung in Abhängigkeit von der Temperatur.

## **4. Auswertung**

### **4.1 Mess-Ergebnisse**







## 4.2 $B-U_H$ -Diagramme

### 4.3 Fehlerabschätzung

Folgende Fehler könnten im Rahmen des Versuchs aufgetreten sein:

- Fehler der Multimeter (  $\pm 1\%$  )
- Fehler der Hall-Sonde (  $\pm 1\%$  )
- Fehler durch Abstand zwischen Hall-Sonde und Halbleiter-Plättchen bei Messung 1 (  $\pm 7\%$ ; Quelle: Protokoll PL-Gr. 257 )
- Fehler beim Bemaßen des Halbleiter-Plättchens (  $\pm 0,05\text{ mm}$  )

### 4.4 Mittelwerte & mittlere Fehler

Aus den gemessenen Daten ergibt sich für die einzelnen Messreihen :

**Messreihe 1** ( Ge p-dotiert ) :

$$\overline{A_{H1}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N A_{Hi} = 9,5 \cdot 10^3 \frac{\text{cm}^3}{\text{As}}$$

$$\Delta A_{H1stat.} = \frac{1}{\sqrt{N}} \cdot \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (\overline{A_{H1}} - A_{Hi})^2} = 0,09 \cdot 10^3 \frac{\text{cm}^3}{\text{As}}$$

$$\Delta A_{H1syst.} = \sqrt{\left(\frac{\Delta(\Delta U_H)}{\Delta U_H}\right)^2 + \left(\frac{\Delta b}{b}\right)^2 + \left(-\frac{\Delta(\Delta B)}{\Delta B}\right)^2 + \left(-\frac{\Delta I_{St}}{I_{St}}\right)^2} \cdot \overline{A_{H1}} = 0,90 \cdot 10^3 \frac{\text{cm}^3}{\text{As}}$$

$$\Rightarrow \Delta A_{H1ges.} = \sqrt{\Delta A_{H1stat.}^2 + \Delta A_{H1syst.}^2} = 0,9 \cdot 10^3 \frac{\text{cm}^3}{\text{As}}$$

**Messreihe 2** ( Ge p-dotiert ) :

$$\overline{A_{H2}} = 10,3 \cdot 10^3 \frac{\text{cm}^3}{\text{As}}$$

$$\Delta A_{H2stat.} = 0,05 \cdot 10^3 \frac{\text{cm}^3}{\text{As}}$$

$$\Delta A_{H2syst.} = 0,54 \cdot 10^3 \frac{\text{cm}^3}{\text{As}}$$

$$\Rightarrow \Delta A_{H2ges.} = \sqrt{\Delta A_{H2stat.}^2 + \Delta A_{H2syst.}^2} = 0,5 \cdot 10^3 \frac{\text{cm}^3}{\text{As}}$$

**Messreihe 3** ( Ge n-dotiert ) :

$$\overline{A_{H3}} = 7,0 \cdot 10^3 \frac{\text{cm}^3}{\text{As}}$$

$$\Delta A_{H3stat.} = 0,05 \cdot 10^3 \frac{\text{cm}^3}{\text{As}}$$

$$\Delta A_{H3syst.} = 0,37 \cdot 10^3 \frac{\text{cm}^3}{\text{As}}$$

$$\Rightarrow \Delta A_{H3ges.} = \sqrt{\Delta A_{H3stat.}^2 + \Delta A_{H3syst.}^2} = 0,4 \cdot 10^3 \frac{\text{cm}^3}{\text{As}}$$

#### 4.5 Hall-Koeffizient

Germanium (p-dotiert) :

Aus Messreihe 1 und 2 lässt sich der Hall-Koeffizient des p-dotierten Germanium-Halbleiters unter Berücksichtigung des gewichteten Mittels zu

$$\overline{A_{Hp}} = (10,0 \pm 0,5) \cdot 10^3 \frac{\text{cm}^3}{\text{As}}$$

bestimmen.

Germanium (n-dotiert) :

Aus Messreihe 3 erhalten wir für den n-dotierten Germanium-Halbleiter

$$\overline{A_{Hn}} = (7,0 \pm 0,4) \cdot 10^3 \frac{\text{cm}^3}{\text{As}}.$$

#### 4.6 Dotierung

Laut Literatur hatten wir für die Dotierung Werte im Bereich von  $10^{13} \frac{1}{\text{cm}^3}$  bis  $10^{18} \frac{1}{\text{cm}^3}$  zu erwarten. Unsere Mess-Ergebnisse liefern für die Dotierung:

Germanium (p-dotiert) :

$$-\frac{1}{A_{Hp} \cdot e} = (6,2 \pm 0,3) \cdot 10^{14} \frac{1}{\text{cm}^3}$$

Germanium (n-dotiert) :

$$-\frac{1}{A_{Hn} \cdot e} = (8,9 \pm 0,5) \cdot 10^{14} \frac{1}{\text{cm}^3}$$

### 5. Resümee

Mit diesem Experiment bestimmte unsere Gruppe die Dotierung eines p- und eines n-dotierten Germanium-Halbleiters in einem Bruker-Magneten zu:

$$-\frac{1}{A_{Hp} \cdot e} = (6,2 \pm 0,3) \cdot 10^{14} \frac{1}{\text{cm}^3} \quad \text{und} \quad -\frac{1}{A_{Hn} \cdot e} = (8,9 \pm 0,5) \cdot 10^{14} \frac{1}{\text{cm}^3}.$$

Damit liegen unsere Ergebnisse im erwarteten Bereich von  $10^{13} \frac{1}{\text{cm}^3}$  bis  $10^{18} \frac{1}{\text{cm}^3}$ .

Eine Sache, die wir hervorheben möchten, ist unser Aufbau. Dieser war für alle Beteiligten voll zufriedenstellend. Zur Befestigung der Halbleiter im Bruker-Magneten verwendeten Polyesterol. So ließen sich unsere Halbleiter gut justieren, ohne dass unsere Messungen beeinträchtigt wurden.

Zusammenfassend kann man sagen, wir haben unser Versuchsziel erreicht. Die Meßmethode war geeignet, da wir die Messung in einem starken Magnetfeld durchführten. Auch war die Zielsetzung sinnvoll, denn das primäre Ziel war das Nachweisen des Hall-Effekts. Zudem konnten wir noch die Dotierungen im Erwartungsbereich bestimmen.

## 6. Literaturverzeichnis

W. Demtröder, *Experimentalphysik 2. Elektrizität*, Springer-Verlag Berlin-Heidelberg 1994

Protokoll PL-Gr. 257 vom 26.10. – 02.11.98, *Verteilung der magnetischen Flußdichte am Bruker-Magneten*

L. Kusch, *Tafelwerk mit mathematischen und naturwissenschaftlichen Formeln und Tabellen*, Cornelsen Verlag Berlin 1993