

Versuchsprotokoll
PG 268-II

Das
Abstands- und Absorptionsgesetz
radioaktiver Strahlung

Der Versuch wurde aufgebaut und durchgeführt in Zusammenarbeit von
Fabian Fleischer, Matthias Sturm, Daniel Guyot, René Könnecke, Ramin Torabi,
Heinrich Südmeyer und Diana Bednarczyk
der Gruppe **268-II**
mit **Cornelia Sing** als Tutorin.
Die Protokollanten waren: Diana Bednarczyk und Ramin Torabi.

INHALTSVERZEICHNIS

Inhalt	Seitenzahl
Inhaltsverzeichnis	2
Abstract	2
Einleitung	3
Theorie:	
<i>Abstand</i>	4
<i>Absorption</i>	6
Versuchsaufbau:	
<i>Abstand</i>	7
<i>Absorption</i>	8
Durchführung:	
<i>Abstand</i>	9
<i>Absorption</i>	9
Beobachtung:	
<i>Abstand</i>	10
<i>Absorption</i>	10
Auswertung:	
<i>Abstand</i>	10
Meßreihe	11
graphische Auswertung	12
Fehlerbetrachtung	14
<i>Absorption</i>	15
Meßreihe	15
graphische Auswertung	16
Fehlerbetrachtung	17
Resümee & Tips	18
Literaturverzeichnis	18

ABSTRACT

Es wurden zwei Versuche durchgeführt, die in Aufbau und Meßverfahren sehr ähnlich sind; bei jedem dieser Versuche wurde ein β -Strahler, der durch sein Zerfallsprodukt auch γ -Strahlung abgibt, das radioaktive Präparat Cäsium-137 mit ca. 30 Jahren Halbwertszeit, verwendet.

Als erstes wurden Messungen zum **Abstandsgesetz** durchgeführt. Hierbei wird gezeigt, daß radioaktive Strahlung, die von einer annähernd punktförmigen Quelle emittiert wird, reziprok zum Quadrat der Entfernung des Strahlers von der Quelle an Intensität abnimmt, da sich die gleichzeitig emittierten radioaktiven Teilchen homogen auf eine mit wachsendem Abstand wachsende Oberfläche verteilen.

Danach wurde das **Absorptionsgesetz** experimentell behandelt. Dieses besagt, daß γ -Strahlung durch ein zwischen Empfänger und Strahler positioniertes Material durch Absorption exponentiell verringert wird. Diese Schwächung hängt von der jeweiligen Absorbermaterialbeschaffenheit, wie z.B. der Dichte, sowie der Art der Strahlung ab.

Beide Gesetze wurden mit Erfolg nachgewiesen.

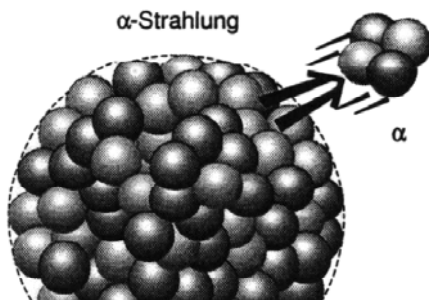
EINLEITUNG

Die Entdeckung der Radioaktivität durch Antoine Henri Becquerel im Februar 1896 sowie durch Marie und Pierre Curie brachte eine Menge neuen Materials für die Forschung und Nutzung aber auch Gefahren mit sich. Heutzutage ist den meisten Leuten der Begriff Strahlenschutz geläufig und sie können sich ein grobes Bild von gesundheitsschädigender radioaktiver Strahlung machen.

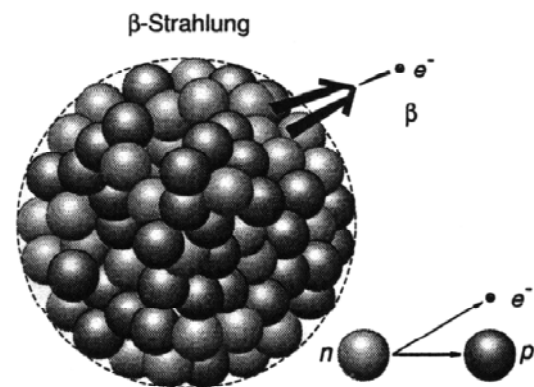
Es gibt drei Arten radioaktiver Strahlung:



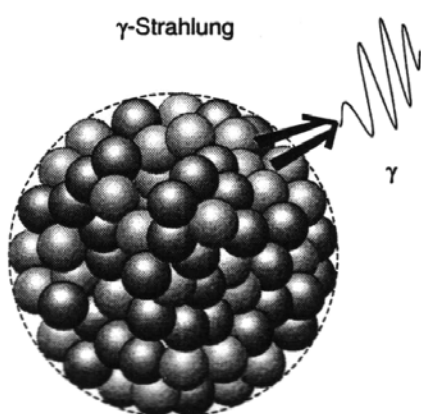
Das ist zum einen die α -Strahlung. Sie besteht aus einem doppelt positiv geladenen Heliumkern, der bei spontanem Kernzerfall mit hoher Energie aus dem Kern emittiert wird und durch seine radikale positive Ladung Außenelektronen von den auf seinem Weg liegenden Molekülen abzieht, sie also damit ionisiert. Dadurch verliert er allerdings schnell an Energie weswegen er nur eine geringe Reichweite besitzt (typisch: 6cm in Luft).



Zum anderen geben manche radioaktive Nuklide β -Strahlung ab. Dies sind meist Elektronen [sonst Positronen], die durch den Zerfall eines Neutrons [Protons] im Kern zu einem Proton [Neutron] und eben diesem Elektron [Positron], emittiert werden. Sie haben eine noch höhere Geschwindigkeit als α -Teilchen. Entlang ihres Wegs ionisieren sie ebenfalls die Moleküle durch Herausschlagen ihrer Außenelektronen. Da β -Teilchen allerdings sehr klein, sehr schnell und nur einfach negativ [positiv] geladen sind, kommt es seltener zu Wechselwirkungen als bei α -Teilchen und damit haben sie eine höhere Reichweite.



es seltener zu Wechselwirkungen als bei α -Teilchen und damit haben sie eine höhere Reichweite.



Bei einigen dieser Zerfälle wird durch Abfall des Tochterkerns vom angeregten in den Normalzustand γ -Strahlung frei. Diese setzt sich aus hochenergetischen Photonen zusammen, die weniger mit der Umgebung wechselwirken. Treffen sie allerdings doch auf ein Atom, können sie dessen Kern durch Energieabgabe anregen, sogar zum spontanen Zerfall bringen.

Bei all diesen Strahlungsein- und -auswirkungen verändern sich die Atome des Strahlers, sowie die des bestrahlten Objektes. Das kann bei Lebewesen fatale Auswirkungen haben, von leichter Übelkeit bis hin zu schweren Organerkrankungen mit Todesfolge.

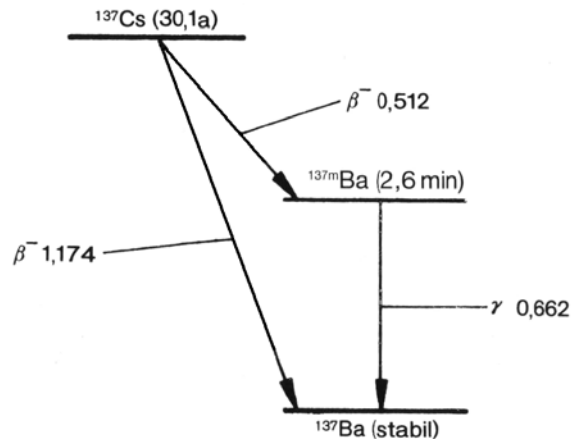
Deshalb ist beim Experimentieren, sowie bei anderem Umgang mit radioaktivem Material Schutz sehr wichtig. Diese hier durchgeführten Versuche enthalten wichtige Erkenntnisse darüber, die vielleicht die Curies vor schwereren Schäden geschützt hätten.

Einer dieser Versuche, der zum Abstandsgesetz, ist sogar in den drei goldenen Schlagworten zum Strahlenschutz verankert, die die drei „A’s“: Abstand, Aufenthaltsdauer und Aktivität enthalten. Dabei ist nach Ansicht unserer PL-Gruppe ein wichtiges „A“

vergessen worden, die Absorption, die besonders in Kernkraftwerken und beim Transport von radioaktivem Material in Gestalt von Abschirmung Geltung bekommt.

Bei unseren Versuchen wurde ein β -Strahler, ein Cäsium-137 Präparat verwendet, wobei Cäsium-137 in angeregtes Barium-137 zerfällt, das wiederum γ -Strahlung aussendet, wenn es in den Grundzustand zurückfällt. Da nun die Abschirmung dieses Präparates keine β -Strahlung durchläßt, ist das benutzte Präparat als γ -Strahler zu messen. Hierbei sei noch erwähnt, daß Cäsium-137 eine Halbwertszeit von etwa 30,07 Jahren hat während Barium-137m schon nach 2,6 Minuten zur Hälfte vom angeregten in den Normalzustand gefallen ist.

Abb.1:



	HWZ	β -Energie [MeV]	Übergangs- wahrschein- lichkeit %	γ -Energie [MeV]	emittiert %	konver- tiert %
^{137}Cs	30,1a	0,512 1,174	94,6 5,4			
$^{137\text{m}}\text{Ba}$	2,6 min			0,662	85,1	9,5

THEORIE

Abstandsgesetz:

Radioaktive Strahlung breitet sich vom Strahler, der idealisiert punktförmig ist, geradlinig in alle Raumrichtungen aus. Dabei wird angenommen, daß gleichzeitig emittierte (α - sowie) γ -Strahlung auch immer die gleiche Geschwindigkeit besitzt, also etwas wie eine kugelförmige „Strahlungswand“ entsteht.

Wird nun von einer Quelle Q radioaktive Strahlung emittiert, und innerhalb eines bestimmten Raumwinkels ω betrachtet, so werden im Abstand R_1 die Fläche A_1 und im Abstand R_2 die Fläche A_2 von der Strahlung durchsetzt, wobei gilt: $R_1 < R_2$ und somit $A_1 < A_2$. Dabei bleibt die Anzahl der radioaktiven Teilchen gleich, wobei die zu durchsetzende Fläche zunimmt und zwar um R^2 (siehe Abb.2).

Wird nun ein Strahlungsempfänger (Geiger-Müller-Zählrohr) mit einer endlich kleinen Meßfläche A_2 im Abstand R_1 bzw. R_2 zur Quelle aufgestellt, fängt er nur einen Bruchteil des betrachteten Teilchenstromes I auf:

$$\frac{A_z}{A_1} \quad \text{bzw.} \quad \frac{A_z}{A_2}$$

Dieser Teilchenstrom I ist die Anzahl N der durch die Fläche A pro Zeiteinheit hindurchtretenden Teilchen. (Der Quotient $\frac{I}{A}$ wird als Teilchenstromdichte bezeichnet.) Da aber gilt:

$$A_1 = \omega \cdot R_1^2 \quad \text{und analog} \quad A_2 = \omega \cdot R_2^2$$

ist I jeweils umgekehrt proportional zum Quadrat der Entfernung Quelle-Empfänger. Somit folgt das Abstandsgesetz:

$$I = \frac{\text{const.}}{R^2}$$

wobei die Konstante errechenbar ist.

Sie setzt sich aus der gesamten Kugeloberfläche mit Radius R_1 bzw. R_2 , also $4\pi R_{1/2}^2$, der wirksamen Detektorfläche A_z und der Aktivität a des Strahlers zusammen.

Der Detektor kann im Abstand R lediglich $\frac{A_z}{4\pi R^2}$ des gesamten Teilchenstromes erfassen.

Wie groß der Teilchenstrom ist, hängt selbstverständlich von der Aktivität a des Präparates ab, die angibt, wie viele Teilchen im Präparat in einer bestimmten Zeitspanne entstehen:

$$a = \frac{dN}{dt} \quad (\text{Zerfälle pro Zeit}).$$

(Die Aktivität a ist in einem speziellen Ordner für radioaktive Präparate nachzulesen.)

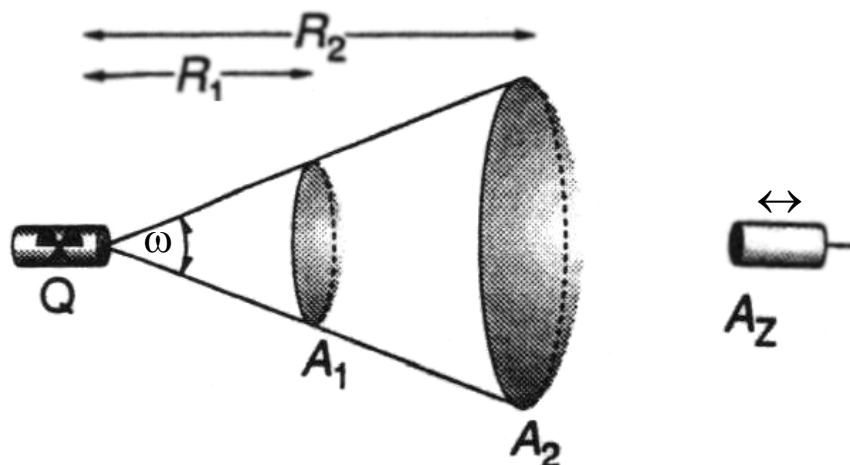
Die Anzahl der Teilchen auf der "Strahlungswand" ist also: $N = a \cdot t$,
wobei t die Meßzeit ist.

Daraus ergibt sich für die Konstante: $\frac{a \cdot A_z}{4\pi}$

und damit für das vollständige **Abstandsgesetz**:

$$I = \frac{N}{t} = \frac{a \cdot A_z}{4\pi} \cdot \frac{1}{R^2}$$

Abb.2:



Absorptionsgesetz:

Radioaktive Strahlung, besonders γ -Strahlung, kann so gut wie jedes Material durchdringen. Dieses Durchdringungsvermögen hängt von Art (α -, β -, γ -Strahlung) sowie von der Atomart und Dichte der Atome des Absorbers ab.

In der einfachen Modellvorstellung werden alle radioaktiven Teilchen innerhalb einer Fläche q vom zugehörigen Atom absorbiert; q wird der Wirkungsquerschnitt des Absorberatoms im Absorptionsprozeß genannt.

Sind n Atome in einem bestimmten Volumen (cm^3) des Absorbers vorhanden, so sind in einer Schicht der Dicke dx je Querschnittsfläche (cm^2) $n \cdot dx$ Absorberatome enthalten, die absorbierend wirkende Fläche beträgt also $q \cdot n \cdot dx$ (siehe Abb.3).

Von den pro Fläche (cm^2) und Sekunde einfallenden Teilchen werden also

$$dN = -N \cdot q \cdot n \cdot dx = -N \cdot \mu \cdot dx \quad \text{mit} \quad \mu = n \cdot q$$

absorbiert, wobei μ der Absorptionskoeffizient genannt wird.

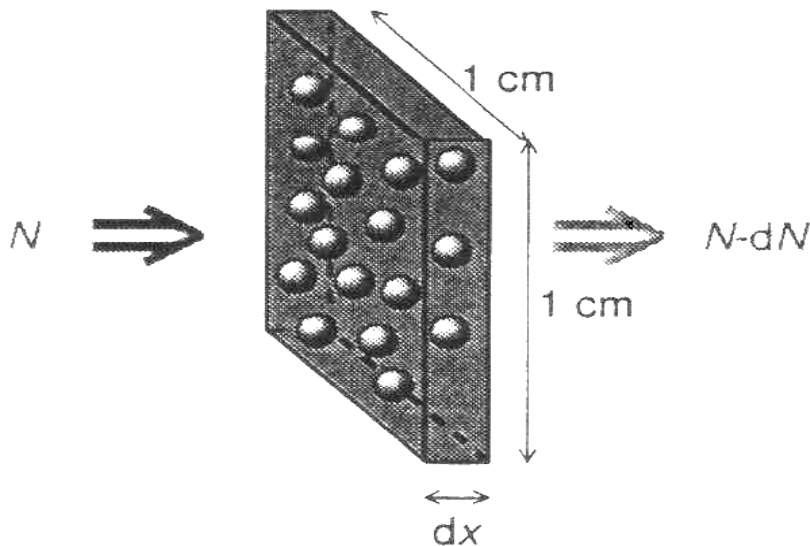
Für eine Platte endlicher Dicke d ergibt sich die Zahl der durchtretenden Teilchen $N(d)$ durch Integration; daraus folgt das radioaktive **Absorptionsgesetz**:

$$N(d) = N_0 \cdot e^{-\mu \cdot d}$$

mit der Halbwertsdicke:

$$\delta = \frac{\ln 2}{\mu}$$

Abb.3:



Während die Absorption von α - und β -Strahlung beim Durchtreten von Materie durch stufenweise Schwächung der Energie der Strahlenteilchen durch Ionisierung der Absorberatome erfolgt, wird diese bei γ -Strahlung überwiegend durch Streuung, also Ablenkung einzelner Quanten aus ihrer Flugbahn verursacht. Diese Streuung kann mehrere Ursachen haben, d.h. der Absorptionskoeffizient μ setzt sich aus vier verschiedenen Anteilen zusammen, die in Folgenden erklärt werden:

$$\mu = \mu_{\text{Ph}} + \mu_{\text{S}} + \mu_{\text{C}} + \mu_{\text{P}}$$

μ_{Ph} : Bei der echten oder Photoelektrischen Absorption wird das γ -Quant von einem Atom absorbiert und überträgt seine gesamte Energie auf ein Elektron der Atomhülle, das mit hoher kinetischer Energie ($E_{\text{kin e}} = h \cdot \nu$) freigesetzt wird (Photoeffekt). Das Elektron verliert dann seine Energie durch Mehrfachstöße mit anderen Absorberatomen und vor allem deren dadurch verursachte Ionisation.

μ_{C} : Bei der Comptonstreuung ist einem Photon außer einer bestimmten Energie $h \cdot \nu$ auch ein gewisser Impuls $h \cdot \nu / c$ zuzuordnen. Bei einem Zusammenstoß mit einem freien oder nur locker gebundenen Elektron kann das Photon auch einen Teil seiner Energie und seines Impulses nach den Stoßgesetzen der Mechanik an das Elektron abgeben; das γ -Quant ändert also seine Frequenz und Fortpflanzungsrichtung. Das dabei erzeugte Rückstoßelektron verliert seine kinetische Energie wieder in

Vielfachstößen, also dem Ionisationsprozeß, an die Absorberatome. (Alle Hüllenelektronen können in diesem Fall als relativ locker gebunden angesehen werden, da ihre Bindungsenergie (einige eV bis keV) sehr viel kleiner als die Energie der einfallenden γ -Quanten (MeV) ist.

μ_P : In den sehr starken Feldern dicht an einem Atomkern kann sich ein genügend energiereiches Photon materialisieren, d.h. in ein Elektron (e^-) und ein Positron (e^+) umwandeln, Paarbildung.

Nach der Masse-Energie-Äquivalenzbeziehung $E=m \cdot c^2$ entspricht der Elektronenruhemasse m_e ein Energiebetrag von etwa 0,5 MeV. Die Paarbildung kann also erst für Photonen mit $h \cdot \nu > 1 \text{ MeV}$ einsetzen.

(Sie tritt aber erst bei erheblich höheren Energien häufiger auf.)

μ_S : Bei der klassischen Streuung kann durch Wechselwirkung mit einem Hüllenelektron die Ausbreitungsrichtung eines Lichtquants geändert werden, ohne daß es Energie abgibt.

Es gibt auch noch weitere unwesentlichere Effekte, die jedoch hier zugunsten der Länge unerwähnt bleiben sollen.

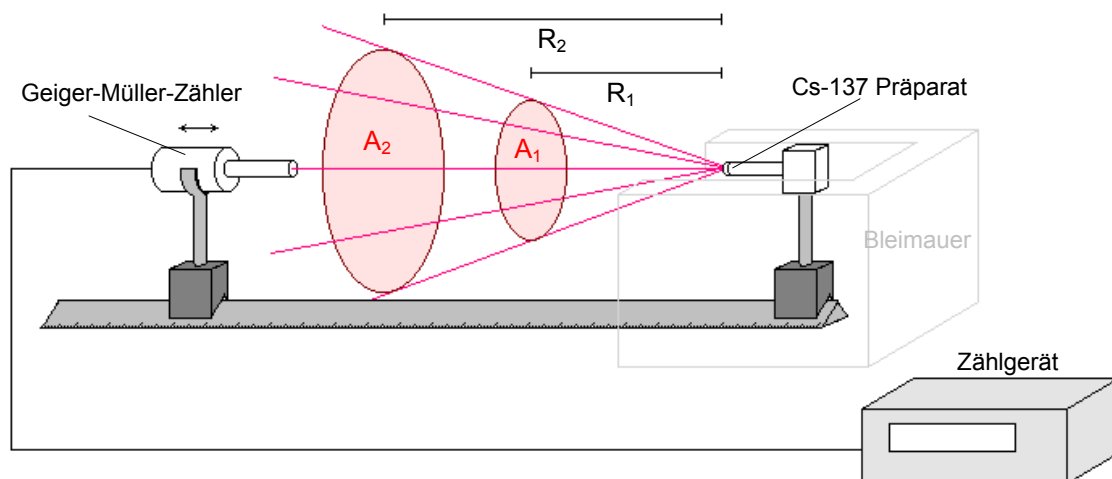
VERSUCHSAUFBAU

Abstandsgesetz:

Hierzu wurde folgende Ausrüstung benötigt:

als Zählgerät:
das Strahlenmeßgerät (Berthold) 655a
ein Geiger-Müller-Zählrohr (330V) 654b
ein γ -Strahler (Cs-137)
zwei optische Reiter
eine optische Bank
ein Haufen Bleikloben
eine Stange und eine Muffe

Abb.4:



Auf eine optische Bank mit Skalierung werden der γ -Strahler, also das Cs-137 und ein Geiger-Müller-Zählrohr, die beide jeweils auf einem optischen Reiter befestigt sind, postiert. Dabei wird darauf geachtet, daß das Geiger-Müller-Zählrohr beweglich bleibt, während das Präparat fixiert ist. Um den Cs-137 Strahler wird zum Schutz aller anwesenden Personen eine Bleimauer errichtet, die den Strahler vollständig umgibt und nur zum Zählrohr hin offen ist. Das Geiger-Müller-Zählrohr ist an ein Zählgerät, das gleichzeitig als Spannungsquelle gilt

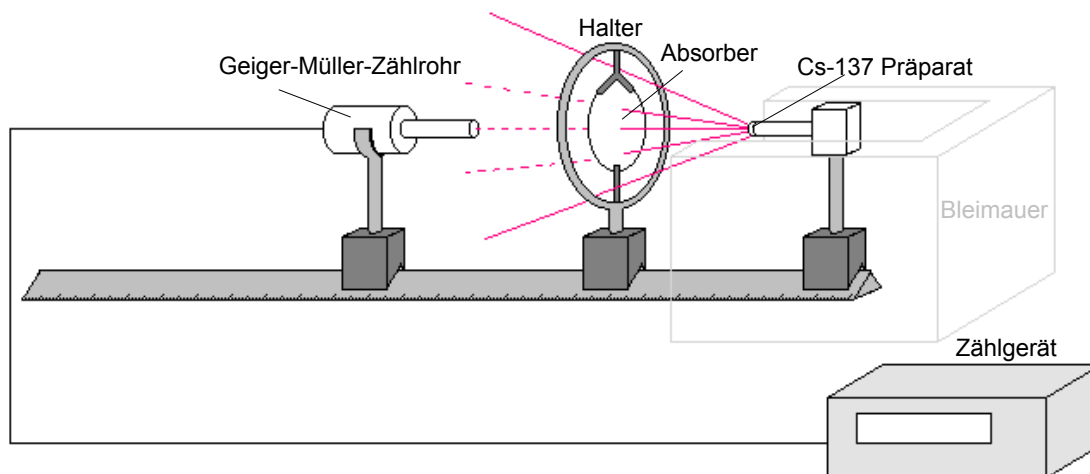
angeschlossen. Dieses wird hinter der Bleiburg aufgestellt, um die Messenden nicht unnötigen Belastungen auszusetzen. Hierbei ist auf hinreichend lange Kabel zu achten.

Absorptionsgesetz:

Hierzu wurde folgende Ausrüstung benötigt:

als Zählgerät:
 das Strahlenmeßgerät (Berthold) 655a
 ein Geiger-Müller-Zählrohr 654b
 ein γ -Strahler (Cs-137)
 drei optische Reiter
 eine optische Bank
 ein Haufen Bleikloben
 eine Stange und eine Muffe
 eine (Linsen-) Halterung
 verschiedene Aluminium-,
 Kupfer-, Bleiplättchen 654f

Abb.5:



Wie schon im Versuch zum Abstandsgesetz (s.o.) werden auch hier auf eine optische Bank zwei Reiter mit einem Geiger-Müller-Zählrohr und dem Cs-137 Präparat positioniert, die jedoch diesmal einen festen Abstand, hier 10cm, haben. Dieser Aufbau wird nun mit einem Gestell zum Einspannen verschiedener Materialien (hier Metallplatten: Aluminium, Kupfer und Blei) in verschiedenen Dicken (siehe Tabelle), das mittig zwischen die beiden genannten Reiter aufgestellt wird, erweitert. Somit muß die radioaktive Strahlung erst das Hindernis überwinden, bevor sie vom Detektor erfasst werden kann. Selbstverständlich wird auch hier der Strahler mit der oben erwähnten Bleimauer umgeben, sowie auch alle anderen Sicherheitshinweise befolgt.

Bemerkung:

Der Grundaufbau mit optischer Bank, Geiger-Müller-Zählrohr und Cs-137 Präparat wurde in beiden Versuchen beibehalten. Aus Ermangelung eines weiteren geeigneten Zählgerätes wurden die beiden Versuche hintereinander durchgeführt.

DURCHFÜHRUNG

Zuerst wurde in beiden Versuchen die Nullrate gemessen, also die Anzahl an messbarer Strahlung erfasst, die ohne ein radioaktives Präparat vorhanden ist und täglich auf die Erde einwirkt, wie z.B. Reste von Höhenstrahlung. Die Nullratenmessung wurde dreimal zehn Minuten lang durchgeführt.

Abstandsgesetz:

Nach der Nullratenmessung wurde der Strahler wie bereits beschreiben in den Aufbau eingefügt und das Geiger-Müller-Zählrohr in 5cm Entfernung von Strahler aufgestellt. Dabei war natürlich darauf zu achten, daß sowohl das im Bezug zum Reiterfuß nach vorne ausladende Geiger-Müller-Zählrohr, als auch der an einer Stange befestigte ebenfalls ausladende Strahler so vermessen wurden, daß nicht der Reiterfuß sondern der Anfang bzw. das Ende des jeweiligen Gerätes das Maß der Entfernung angab. Nachdem das Zählrohr eine Minute lang die Einschläge gemessen hatte, die das Zählgerät aufnahm, schaltete der dort installierte Timer (dank dieses war keine genaue Beobachtung der Gerätschaften nötig) den Zählmodus ab. Allerdings ist zu erwähnen, daß das akustische Signal weiter abgegeben wird, sofern es eingeschaltet ist; es ist also kein Maß für die vergangene Zeit (hier wurden deshalb noch Stoppuhren mit Signalton dazugeschaltet). Nach dieser Messung wurde der Detektor um weitere 5 cm vom Strahler entfernt und eine erneute einminütige Messung gestartet. Dieser Vorgang wiederholte sich bis zur elften Messung, die bei 55cm Entfernung (Zählrohr-Präparat) lag. Danach wurde aufgrund der drastisch sinkenden Einschläge die Meßzeit zugunsten der Genauigkeit auf zwei Minuten erhöht und die Messungen bis zu einem Meter Entfernung fortgesetzt.

Absorptionsgesetz:

Wie bereits im Aufbau erwähnt, wurde hierbei das Geiger-Müller-Zählrohr in einem festen Abstand von 10cm vom Cs-137 Präparat aufgestellt und eine Messung ohne Absorber im Zeitraum von 10min gemacht. Da diese eine solch lange Zeitspanne beanspruchte, kann sie als relativ genau angesehen werden und diente weiterhin zum Vergleich zu den einzelnen Absorptionsraten. Dann wurden nacheinander drei verschiedene Metallarten, als erstes Aluminium, dann Kupfer und letztlich Blei jeweils in eine Halterung gespannt, die wie im Aufbau zu sehen positioniert wurde. Von jedem Metall gab es eine Anzahl verschieden dicker Plättchen, die einen Radius von ca. 3cm hatten, von denen jeweils eine eingespannt wurde (immer von der dünnsten zur dicksten Platte). Dann erfolgte in je 5 min Meßzeit die Zählung der Einschläge mit Hilfe des gleichen Zählgerätes wie oben beschrieben. Die Anzahl der Einschläge wurde notiert, das Plättchen ausgetauscht und die Messung wiederholt. Es wurden zu jedem Metall 5-6 Messungen verschiedener Dicke durchgeführt. Da der Abstand zwischen Geiger-Müller-Zählrohr und Strahler nur 10cm betrug, war der Streuradius (Abstandsgesetz) noch nicht so groß, daß die Absorption der Strahlung nicht qualitativ hätte ausgewertet können.

BEOBACHTUNG

Abstandsgesetz:

Die Versuchsreihe zur Untersuchung des Abstandsgesetzes lief problemlos. Es war früh erkennbar, daß die detektierte Teilchenzahl nahezu quadratisch zur wachsenden Entfernung des Geiger-Müller-Zählrohres zum Cs-Strahler abnahm.

Absorptionsgesetz:

Auch die Versuchsreihe zum Abstandsgesetz lief wie erwartet: mit wachsender Dicke und steigender Dichte (also größerem Absorptionskoeffizienten μ) der Materialien nahm die Anzahl der detektierten Teilchen immer mehr ab (exponentiell). Auch dies lief, gut erkennbar, in Anlehnung an die Theorie.

Jedoch ist hier anzumerken, daß der erste Wert der Bleimessung (mit geringster Dicke $d=1\text{mm}$) extrem aus dem Rahmen der Erwartungen fällt. Dieser Wert übersteigt, trotz größerem Absorptionskoeffizienten des Bleis im Gegensatz zu den anderen Materialien, das Durchlaßvermögen, also die Zahl der durchdringenden Teilchen, der anderen Metalle mit vergleichbarer Dicke weit über die Fehlergrenzen hinaus. (Dazu ist noch etwas in der Auswertung angemerkt.)

AUSWERTUNG

Bei der Betrachtung aller Meßwerte N wurde die gemessene Nullrate von dem jeweiligen Wert abgezogen, der Fehler $\Delta N = \sqrt{N}$ bestimmt und zu diesem der Fehler der Nullrate addiert, da die statistische Schwankung um den Meßwert natürlich auch von diesem Fehler abhängt.

Abstandsgesetz:

Da die Effizienz des Zählrohres, vor allen Dingen bei γ -Detektion, nicht bei 100% liegt, muß diese errechnet, und als Korrekturfaktor eingebracht werden.

Mit der Konstante $const. = \frac{a \cdot A_z}{4\pi}$ lassen sich Theoriewerte berechnen. Dazu müssen allerdings erst die Aktivität $a = N(t)$ des Cs-137 Präparates und die wirksame Detektorfläche A_z bestimmt werden.

Aktivität $a = N(t)/t$:

Aus einer zugehörigen Beschreibung ist zu ersehen, daß das Cs-137 eine Halbwertszeit von $T_{1/2} = 30,07\text{a}$ hat, seine Aktivität zum Kaufzeitpunkt $a_0 = 3,7 \cdot 10^6 \text{ Bq}$ betrug und es bereits 24,3 Jahre im Besitz des PL's ist (Anschaffungsdatum: Sep. 1976). Aus diesen Angaben läßt sich $N(t)$ (t ist der Zeitraum zwischen Kauf und Benutzung des Präparates) berechnen, mit: $a(t) = a_0 \cdot e^{-\lambda t}$,

wobei λ die Zerfallskonstante ist.

Sie wird berechnet durch $\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \approx 0,0231 \frac{1}{\text{a}}$.

Durch Einsetzen des errechneten λ folgt: $a(t) = a(24,3\text{a}) \approx 2,11 \cdot 10^6 \text{ Bq}$

Wirksame Detektorfläche A_Z :

Der Detektor wurde Vermessen und es ergab sich ein Durchmesser von $d_Z = 10,6 \cdot 10^{-3} \text{m} - 2 \cdot 10^{-3} \text{m}$ (Es sollten mindestens 2mm Rand berücksichtigt werden, die eindeutig nicht zur aktiven Detektorfläche zählen.). Der Fehler $\Delta d_Z = \pm 5 \cdot 10^{-4} \text{m}$ wurde veranschlagt und später durch den Korrekturfaktor eingebracht. Da die Detektoroberfläche Kreisförmig war (mit dem Radius r), wurde sie mit $A_Z = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot (4,3 \cdot 10^{-3} \text{m})^2 = 58,1 \cdot 10^{-6} \text{m}^2$ berechnet.

Diese beiden Werte wurden nun in die Gleichung $const. = \frac{a \cdot A_Z}{4\pi}$ eingesetzt

und es ergab sich: $const. \approx 9,77 \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$.

Mit dieser Konstante wurden nun die Theoriewerte berechnet $I_{Theo} = \frac{const.}{R^2}$ und mit den

Meßwerten verglichen. Daraus ergab sich im Mittel eine Effizienz des gebrauchten Geiger-Müller-Zählrohres von 4,44% das heißt also, daß das Zählrohr lediglich 1/23 der auftreffenden γ -Strahlen detektiert. Dieser prozentuale Wert wird auf die Theoriewerte übertragen und dient somit also Korrekturfaktor, es werden also nur 4,44% der eigentlichen Theoriegrößen betrachtet.

In den graphischen Darstellungen ist deutlich zu sehen, daß der Theoriegraph mit Korrekturfaktor (schwarz) sich sehr nah an den durch die Meßpunkte gelegten Graphen (rot) schmiegt. Dies auch ist nicht weiter verwunderlich, da der Meßgraph, dank der genauen Werte, ebenfalls fast quadratisch ansteigt.

Meßreihe:

In verschiedenen langen Zeiten wurden Messungen durchgeführt, die hier in getrennten Tabellen dargestellt werden.

Die Nullrate betrug hierbei $N_0 = 0,311 \pm 0,013$ Einschläge pro Sekunde.

Meßzeit: 1 min.

x [m]	N	\sqrt{N}	N pro s	\sqrt{N} pro s	ΔN [%]
0,05	5497	74	91,6	1,2	1,3
0,10	2109	46	35,15	0,76	2,2
0,15	1062	33	17,70	0,54	3,1
0,20	641	25	10,68	0,42	3,9
0,25	459	21	7,65	0,36	4,7
0,30	318	18	5,30	0,30	5,6
0,35	244	16	4,06	0,26	6,4
0,40	187	14	3,12	0,23	7,3
0,45	169	13	2,82	0,22	7,7
0,50	133	11	2,03	0,18	9,1
0,55	122	11	2,03	0,18	9,1

Meßzeit: 2 min.

x [m]	N	\sqrt{N}	N pro s	\sqrt{N} pro s	ΔN [%]
0,01	55 926	240	466	4	0,42
0,60	186	14	1,55	0,11	3,7
0,65	193	14	1,61	0,12	3,6
0,70	156	12	1,30	0,10	4,0
0,75	130	11	1,08	0,10	4,4
0,80	139	12	1,16	0,10	4,2
0,85	119	11	0,99	0,09	4,6
0,90	107	10	0,89	0,09	4,8
0,95	82	9,1	0,68	0,08	5,5
1,00	84	9,2	0,70	0,08	5,5

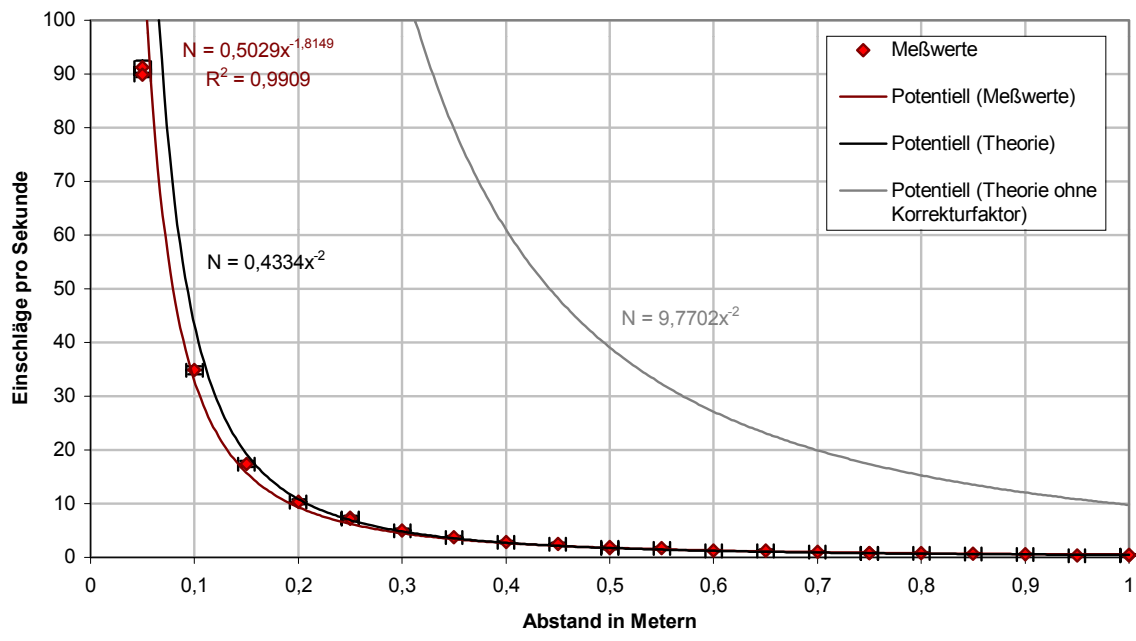
Meßzeit: 10 min.

x [m]	N	\sqrt{N}	N pro s	\sqrt{N} pro s	ΔN [%]
0,05	54114	230	90,2	0,4	0,04
0,25	4492	67	7,5	0,1	0,15
0,50	1313	36	2,19	0,06	0,28
0,75	640	25	1,07	0,04	0,40
1,00	465	22	0,76	0,04	0,46

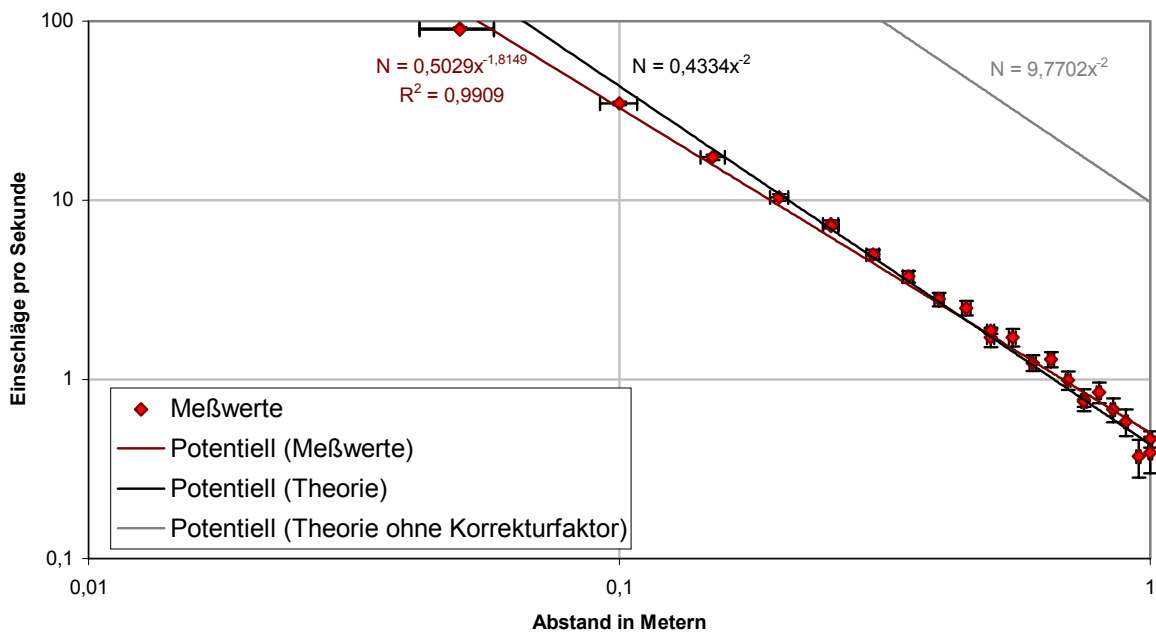
Wegen der teilweise geringen Änderung des Fehlers wurde hier auf etwas mehr Stellen gerundet, damit diese noch erkennbar bleibt.

Aus den aufgenommenen Meßwerten wurden drei Graphen erstellt:

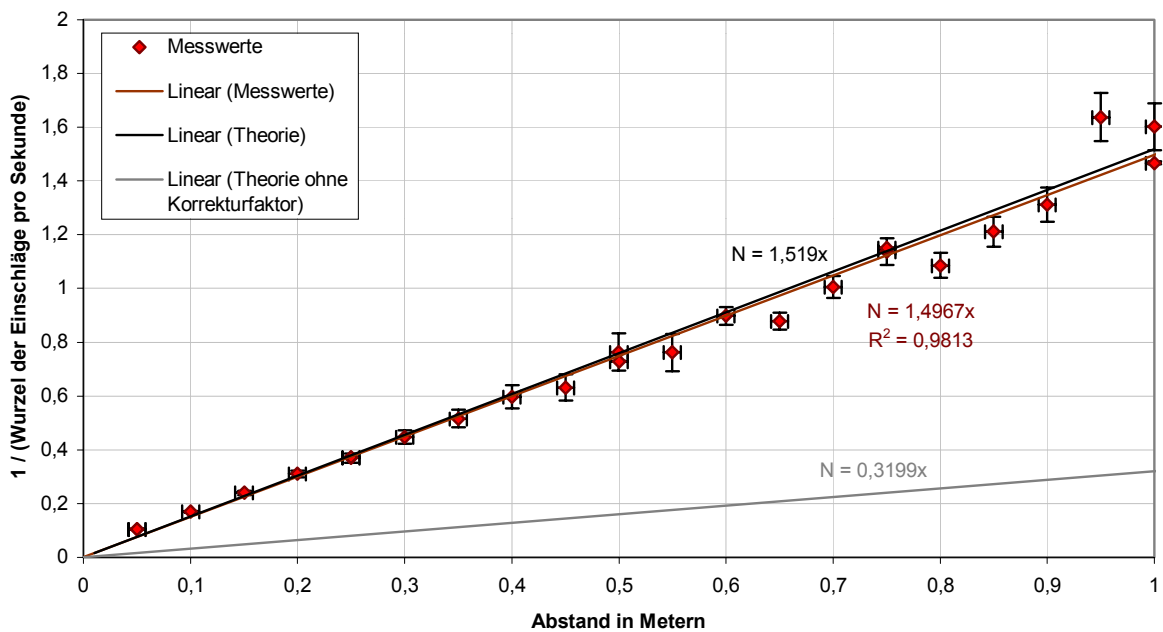
Graph 1: Darstellung der Einschläge pro Sekunde (N/s) über dem Abstand R



Graph 2: Wird Graph 1 doppelt logarithmisch aufgetragen, so ergibt sich eine Gerade.



Graph 3: Damit sich eine auswertbare Gerade ergibt, wurde hier $\frac{1}{\sqrt{I}}$ über dem Abstand aufgetragen.



Die Bezeichnung, der Graph verlaufe "potentiell" (hier in fast allen Fällen quadratisch), bedeutet lediglich er folgt der allgemeinen Gleichung: $y = a \cdot x^b$ (also: $y = a \cdot x^2$), sowie ein "linearer" Graph durch die Gleichung $y = a \cdot x + b$ beschrieben wird.

In allen diesen verschiedenen Darstellungen der Messung ist sehr gut zu erkennen, daß der Meßgraph ziemlich exakt mit dem korrigierten Theoriegraphen übereinstimmt, während die Theorie ohne Korrekturfaktor recht stark von der Messung abweicht.

Theorie:

$Steigung = \sqrt{\frac{4\pi}{a \cdot A_z}}$	$const. = \frac{a \cdot A_z}{4\pi}$
1,519	0,433

Während in der Theorie (oben) die Steigung, sowie die Konstante durch die darüberstehenden Formeln errechnet wurden, ist die Steigung in der Meßtabelle (unten) direkt in der Gleichung der durch die Meßwerte gelegten Ausgleichsgeraden in Graph 3 abzulesen. Durch diesen Wert für die Steigung läßt sich die Konstante wie folgt errechnen :

$\frac{1}{\text{Steigung}^2}$, wie auch in obigen Formeln für Steigung und Konstante (siehe Theorietabelle) leicht zu erkennen ist.

Messung:

Steigung	σ_{St}	const.	$\Delta\text{const.}$	$\Delta\text{const.} [\%]$
1,497	0,028	0,445	0,019	4,3

FEHLERBETRACHTUNG:

Das Geiger-Müller-Zählrohr hat eine gewisse Totzeit, die nur einige μs beträgt. Sie wirkt sich dennoch auf Messungen mit sehr hohen Einschlagsraten, also großem $\frac{dN}{dt}$ aus, so daß nicht mehr nahezu alle Einschläge erfaßt werden können und sich dadurch der Fehler stark erhöht; dies geschieht bei über 250 Einschlägen pro Sekunde. Damit war die Messung im Abstand von 0,01m hinfällig, da sie weit über dieser Rate lag und somit die Totzeit ein entscheidender Störfaktor wurde, deshalb ist sie nur in den Tabellen aufgeführt, nicht jedoch in den Graphen dargestellt.

Der statistische Fehler aller Messungen die eine Meßgenauigkeit von Eins haben, also deren Ereignisse ganzzahlig erfaßt werden, wie z.B. bei der radioaktiven Strahlung, ist:

$$\Delta N = \sqrt{N} ,$$

also die Wurzel der in einer bestimmten Zeit gemessenen Impulse.

Wird hier eine Umrechnung des Zeitintervalls vorgenommen, so wird diese bei Errechnen

des Fehlers nicht mitgewurzelt, also: $\frac{\sqrt{N}}{[t]}$

(hierbei ist [t] der dimensionslose Zahlenwert der Zeit in z.B. Sekunden).

Der statistische Fehler des Abstandes zwischen Detektor und dem radioaktiven Präparat wurde auf $\Delta x = 8 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ geschätzt und als pauschal auf die Meßwerte übertragen. Darin ist der systematische Fehler, der durch das Abschätzen überstehenden Länge des Präparates, sowie des Zählrohres entstand, bereits berücksichtigt.

Wichtig zur Auswertung ist der Fehler der Steigung der Geraden in Graph 3, der sich

allgemein mit der Formel: $\sigma_{St}^2 = \frac{\sigma_y^2 \cdot \sum x_i^2}{N(\sum x_i^2) - (\sum x_i)^2}$ errechnen läßt, wobei σ_{St}^2 der

Steigungsfehler, x_i die einzelnen Meßwerte und σ_y der Abstand zwischen den einzelnen Meßpunkten und der Meßgeraden sind. Hier muß also eine Relation jedes einzelnen Meßpunktes zum Graphen hergestellt werden.

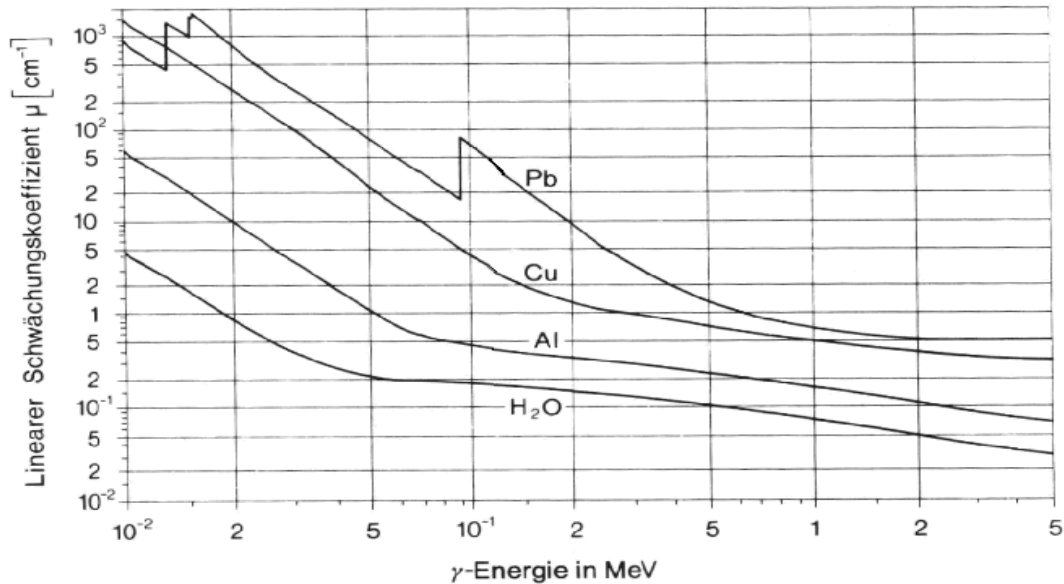
Allerdings wurde hier dieser Fehler mit Hilfe des in Excel angegebenen Bestimmtheitsmaßes $R^2 = B$ errechnet:

$$\sigma_{St} = (1 - B) \cdot \sqrt{\frac{4\pi}{a \cdot A_Z}} \quad \text{mit} \quad (1 - B) = \frac{\sum (y_i - \sigma_{y_i})^2}{(\sum y_i^2) - \frac{(y_i)^2}{n}}$$

wobei die Wurzel des reziproken Konstantenterms aus der Formel $\frac{1}{\sqrt{I}} = \sqrt{\frac{4\pi}{a \cdot A_z}} \cdot R$ herrührt, die in Graph 3 die Werte der y-Achse bestimmt.

Absorptionsgesetz:

Diagramm:



Schwächung von γ -Strahlen verschiedener Energie in bestimmten Materialien

Quelle: "Radioaktivität im Unterricht" (siehe Literaturverzeichnis)

Aus diesem Diagramm lässt sich der Absorptionskoeffizient μ für die einzelnen Materialien direkt ablesen, wobei die Energie der γ -Strahlung der Zerfallsreihe des Cs-137 (siehe Einleitung) zu entnehmen ist:

$$\mu_{Theo}(Al) \approx 20 \frac{1}{m} \pm 5 \frac{1}{m} \quad \mu_{Theo}(Cu) \approx 70 \frac{1}{m} \pm 5 \frac{1}{m} \quad \mu_{Theo}(Pb) \approx 100 \frac{1}{m} \pm 5 \frac{1}{m}$$

Die Theoriegraphen errechnen sich durch: $a(d) = a_0 \cdot e^{-\mu \cdot d}$.

Meßreihen (Meßzeit 5 min.):

Drei verschiedene Metalle wurden vermessen und die Ergebnisse, für jedes Metall separat, tabellarisch erfaßt.

Der Abstand zwischen Strahler und Detektor betrug 10cm.

Die Nullrate war hier ebenfalls $N_0 = 0,311 \pm 0,013$ Einschläge pro s.

Eine Messung Präparat aber ohne Absorber ergab $32,82 \pm 0,23$ Einschläge pro Sekunde.

Aluminium (Al):

Dicke [mm]	N	\sqrt{N}	N pro s	\sqrt{N} pro s	ΔN [%]
1,55	9577	98	31,9	0,33	1,0
1,99	9479	97	31,6	0,32	1,0
3,04	9257	96	30,9	0,32	1,0
4,07	9324	97	31,1	0,32	1,0
9,00	8746	94	29,2	0,31	1,1

19,65	7582	87	25,3	0,29	0,76
-------	------	----	------	------	------

Kupfer (Cu):

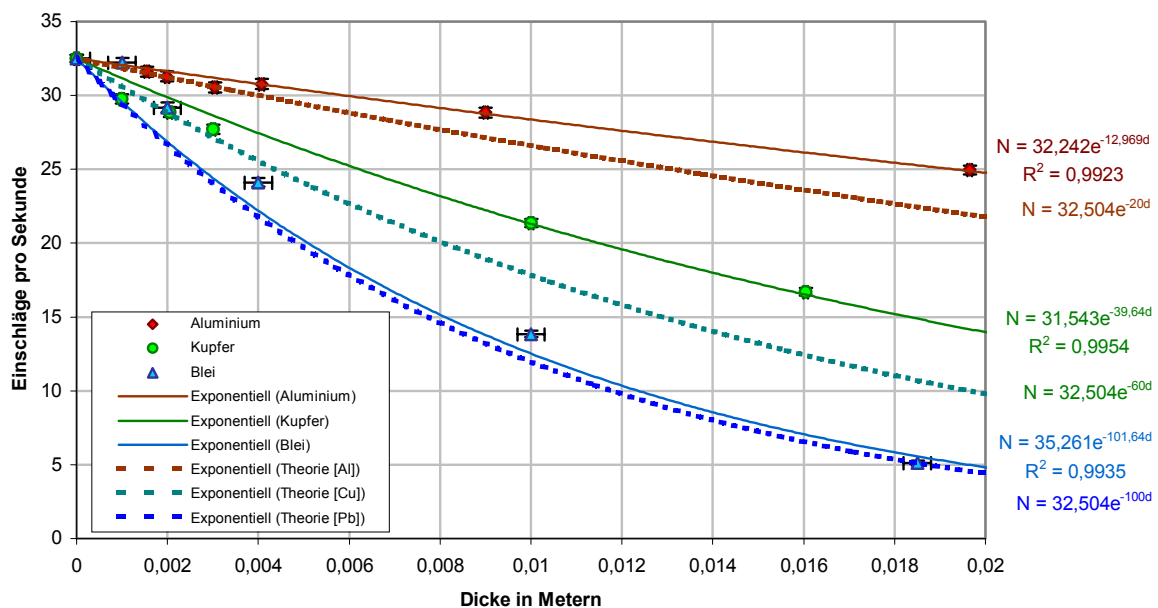
Dicke [mm]	N	\sqrt{N}	N pro s	\sqrt{N} pro s	ΔN [%]
0,99	9022	95	30,0	0,32	1,1
2,05	8754	94	29,2	0,31	1,1
3	8409	92	28,0	0,31	1,1
10	6500	81	21,7	0,27	1,2
16,04	5104	71	17,0	0,24	1,4

Blei (Pb):

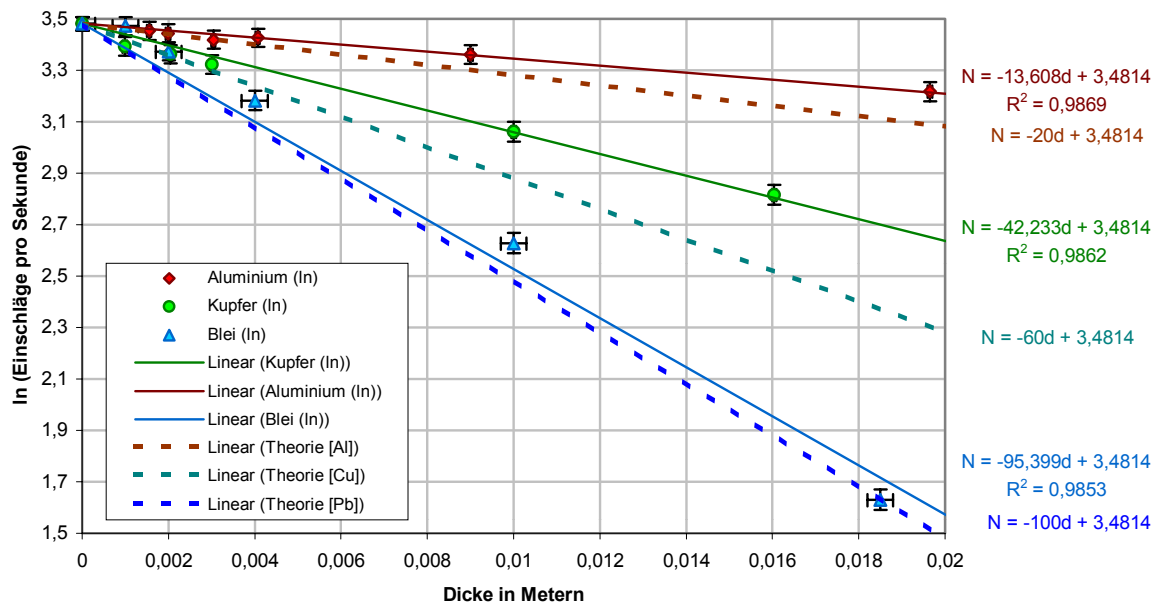
Dicke [mm]	N	\sqrt{N}	N pro s	\sqrt{N} pro s	ΔN [%]
1	9757	99	32,5	0,33	1,0
2	8849	94	29,5	0,31	1,1
4	7325	86	24,4	0,29	1,2
10	4248	65	14,2	0,22	1,5
18,5	1625	40	5,4	0,13	2,5

Die bereits in der Beobachtung beschriebene Auffälligkeit des ersten Wertes der "Bleimessung" (siehe Tabelle) ist wahrscheinlich auf Compton-Streuung, die bei Blei wesentlich höher ist als bei Kupfer, oder darauf zurückzuführen, daß das Vermessene Bleiplättchen ein Selbststrahler war (durch zu viele, zu intensive Versuche ☺).

Graph 4: Einschläge in Abhängigkeit der Dicke des Absorbers und seiner Beschaffenheit mit den Theoriegraphen



Graph 5: Durch logarithmisches Auftragen des Graphen 4 ergeben sich Geraden deren Steigung μ ist



Auch hier liegen die Theoriegraphen erkennbar nahe an den Meßgraphen für jedes einzelne Metall, wobei den Theoriegraphen der abgelesene Absorptionskoeffizient μ der einzelnen Metalle zugrunde liegt: $N = \mu \cdot d$. Jeder dieser gezeigten Graphen hat seinen Schnittpunkt mit der y-Achse bei der Nullrate (hier: Zählung ohne Absorber in 10cm vor dem Präparat), da diese bei jedem Absorbermaterial dem Wert der Dicke Null entspricht.

	μ_{Theo}	$\mu_{\text{Meß}}$	$\Delta\mu_{\text{Theo}} [\%]$	$\Delta\mu_{\text{Meß}}$
Aluminium	20	13,6	25	1,3
Kupfer	60	42,2	7	1,4
Blei	100	95,4	5	1,5

Die Tatsache, daß die Meßwerte plus Fehler die Theoriewerte nicht abdecken, rührt höchst wahrscheinlich von der großen Ableseungenauigkeit von μ_{Theo} aus dem Diagramm her.

FEHLERBETRACHTUNG:

Wie bereits erläutert wird der statistische Fehler radioaktiver Strahlung mit $\Delta N = \sqrt{N}$ bestimmt. Die jeweilige Dicke der Absorbermaterialien, Aluminium und Kupfer, wurde mit einer Mikrometerschraube vermessen (allerdings von einer Vorgruppe, so konnten die in die Plättchen eingeritzten Werte einfach abgelesen werden) und haben daher nur einen geringen Fehler, der auf $\Delta d = 5 \cdot 10^{-5} \text{m}$ geschätzt wurde. Da jedoch auf den Bleiplättchen keine Angaben zur Dicke standen und keine intakte Mikrometerschraube zur Verfügung stand, mußte das Absorbermaterial mit einer Schiebelehre vermessen werden. Damit wurde hier ein größerer statistischer Fehler von $\Delta d = 3 \cdot 10^{-4} \text{m}$ berücksichtigt.

Die Fehler der Steigungen in Graph 5 wurden wie beim Abstandsgesetz behandelt und sind

genauso mit der Formel $\sigma_{St}^2 = \frac{\sigma_y^2 \cdot \sum x_i^2}{N(\sum x_i^2) - (\sum x_i)^2}$ errechenbar, jedoch wie oben mit Hilfe

des Bestimmtheitsmaßes $R^2=B$ errechnet worden: $(1-B) \cdot (-\mu_{\text{Meß}})$ mit $(1-B) = \frac{\sum (y_i - \sigma_{y_i})^2}{(\sum y_i^2) - \frac{(\sum y_i)^2}{n}}$,

wobei $\mu_{\text{Meß}}$ der durch die Messung entstandene Absorptionskoeffizient ist.

RESÜMEE

Beide Versuche waren reibungslos durchführbar und nicht allzu zeitaufwendig, abgesehen von den langen Wartezeiten während der Messungen, in denen nichts zu tun war. Nicht mal einen Snack konnte man sich gönnen, da Essen und Trinken während Versuchen mit radioaktivem Material verboten ist. Nichtsdestotrotz wurden gute, fast genau der Theorie entsprechende Ergebnisse erzielt und damit die Richtigkeit der entsprechenden Gesetze nachgewiesen (siehe graphische Auswertung). Dies sind also Messungen, die im PL mit recht hoher Präzision unter wenig Aufwand durchgeführt werden können, nicht allzu schwer sind und in kleineren Gruppen, damit jeder etwas zu tun hat, auch Spaß machen können.

TIPS:

Zu diesen beiden Versuchen, die, wie bereits angemerkt hintereinander durchgeführt wurden, sollte noch ein weiterer Versuch laufen, zwecks Vermeidung von Überfüllung am Aufbau (drei Personen am Versuch sind nicht immer ausgelastet) und Langeweile. Da diese Messungen gerade dazu einladen sich anderweitig umzuschauen, ohnehin schon wegen der „Aufenthaltsdauer“ (siehe Strahlenschutz), ist eine Uhr mit Stopp- oder Weckfunktion hilfreich.

Als letztes sein noch erwähnt, daß es bei der Detektion von γ -Strahlung empfehlenswert wäre die Einstellungen am hier benutzten Zählgerät (655a) so zu wählen, daß es alle Impulse größer als Null zählt. (Den linken Drehknopf des Gerätes auf Null und den rechten auf $INT > E$ stellen.)

LITERATURVERZEICHNIS

Leider war die Literatur hierzu nicht sehr ergiebig, aber da die Theorie nicht sehr schwierig ist reichten ein altes GP-Skript, sowie für einige Graphiken das Heft "Radioaktivität im Unterricht, Kernphysikalische Experimente" von Walter Kuthe und Klaus Timmermann herausgegeben von AEA Technology QSA GmbH, Braunschweig (6. überarbeitete Auflage 1999).